

# 张量局部判别投影的人脸识别

李勇周, 罗大庸, 刘少强

(中南大学信息科学与工程学院, 湖南长沙 410075)

**摘要:** 经典的向量子空间学习算法是以数据流形的向量表示进行计算的,但是在现实世界中数据流形从本质上而言是以张量的形式存在,因此基于张量子空间的学习算法能够更好地揭示流形内在的几何结构.本文提出了一种新的张量子空间的学习算法:张量局部判别投影.首先构建类内和类间图,然后保持流形的局部结构并且利用数据的判别信息,推导出算法的计算公式,最后通过迭代计算广义特征向量,解得最优张量子空间.在标准人脸数据库上的实验表明该算法有效.

**关键词:** 人脸识别; 张量局部判别投影; 降维; 流形学习

**中图分类号:** TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2008) 10 2070-06

## Face Recognition Using Tensor Locality Discriminant Projection

LI Yong-zhou, LUO Da-yong, LIU Shao-qiang

(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha, Hunan 410075, China)

**Abstract:** Classical vector subspace learning algorithms work with vectorized representations of data manifold, while data manifold represented in the reality is intrinsically a tensor, so the algorithms based on tensor subspace learning can perfectly detect the intrinsic geometrical structure of the data manifold. In this paper, a novel tensor subspace learning algorithm, tensor locality discriminant projection, is proposed. To implement the algorithm, construct within class and between class graph at first, then preserve local structure of the data manifold and utilize its discriminant information to deduce the formula of the algorithm, finally work out optimal tensor subspace by iteratively computing the generalized eigenvectors. The experiments on the standard face database demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words:** face recognition; tensor locality discriminant projection; dimensionality reduction; manifold learning

### 1 引言

在人脸识别技术的发展过程中,图像的向量表示方法一直占据着重要的地位.其中,主成分分析(Principle Component Analysis, PCA)<sup>[1]</sup>、线性判别分析(Linear Discriminant Analysis, LDA)<sup>[2]</sup>、局部保持投影(Locality Preserving Projections, LPP)<sup>[3]</sup>是经典的识别方法,它们都是使用向量的表示方法,解决的都是将高维向量空间的图像  $X$  降维到低维向量空间的图像  $Y$ ,即求出转换矩阵  $A$ ,满足投影方程  $Y = A^T X$ .这样的应用如 Eigenfaces, Fisherfaces 和 Laplacianfaces.但是,图像实际上是以张量形式存在的,它自身所包含的信息不是向量可以完全替代的.当 Vasilescu 和 Terzopoulos 提出张量人脸识别算法 Tensorfaces<sup>[4]</sup>时,真正地将人脸图像表示方法从传统的向量发展到张量:将奇异值分解在张量空间中扩展,把高阶张量表示的人脸图像按照不同维的方向分解为光线、表情、姿态等因素,使人脸识别更加方便和准确.

图 1 是不同特征的人脸.

张量人脸识别算法的提出,开辟拓了人脸识别研究的新途径.二维主成分分析(Two dimensional Principle Component Analysis, 2DPCA)<sup>[5]</sup>和二维线性判别分析(Two dimensional Linear Discriminant Analysis, LDA)<sup>[6]</sup>是图像表示的一种新技术,用二维矩阵直接表示图像.但是 2DPCA 和 2DLDA 都注重在欧氏空间中保持流形的全局结构,而忽视了流形的局部结构.张量子空间分析(Tensor Subspace Analysis, TSA)<sup>[7]</sup>用张量的表示方法在致密黎曼流形上对 Laplacian Beltrami 算子进行了线性近似,它致力于保持流形的局部结构,可是忽视了流形的全局结构,对类内和类间信息没有进行清楚的划分,这使它对数据的重建仍显不足.融合全局和局部特征的识别算法<sup>[8]</sup>的出现,给张量识别算法提供了新思路.本文提出的张量局部判别投影(Tensor Locality Discriminant Projection, LDP),不但继承了 TSA 保持流形局部几何结构的特征,而且注重保持全局的判别结构,从而提高了数据重,

建的能力, 并且改进了识别效率. 本文主要讨论二阶张量图像, 算法可以推广到高阶张量.

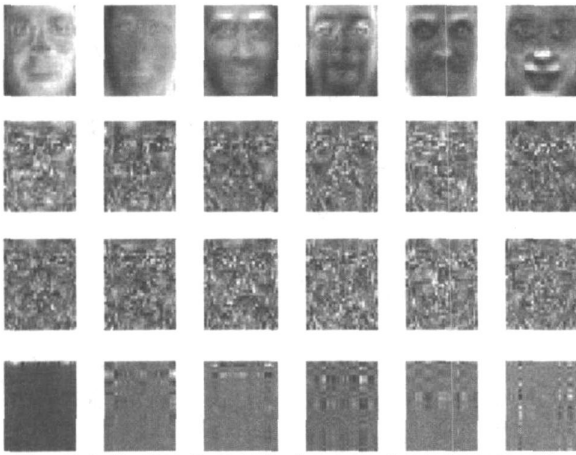


图1 从上到下依次是: 特征脸, 费舍尔脸, 拉普拉斯脸, 张量脸

## 2 张量局部判别投影

对于一张大小为  $m \times n$  的图像, 通常是用向量空间  $R^{m \times n}$  中的一个  $m \times n$  维的向量表示, 实际上图像是以二阶张量(矩阵)存在  $R^m \otimes R^n$  的张量空间中, 这里  $R^m$  和  $R^n$  分别表示  $m$  维和  $n$  维的向量空间. 那么, 人脸空间常常被认为是嵌入  $R^m \otimes R^n$  中的一个子空间, 通过图像采样构造邻接图来对流形的几何结构进行数学建模, 从而求解投影矩阵. 张量局部判别投影就是按照这种思想对人脸流形进行线性近似, 获得从高维张量空间  $R^m \otimes R^n$  到低维张量空间  $R^k \otimes R^l$  ( $k < m, l < n$ ) 的降维映射.

根据文献[9], 如果矩阵  $P$  和  $Q$  的列分别是向量空间  $R^m$  和  $R^n$  的正交基, 用  $\{p_i\}_{i=1}^m$  和  $\{q_j\}_{j=1}^n$  表示, 那么张量空间  $R^m \otimes R^n$  的基就是  $\{p_i \otimes q_j\}$ . 任意的  $X \in R^m \otimes R^n$  在  $p_i \otimes q_j$  上的投影可以用内积  $\langle X, p_i \otimes q_j \rangle = p_i^T X q_j$  计算, 基张量  $p_i \otimes q_j$  也可以看作是矩阵形式  $p_i q_j^T$ . 因此, 对于  $X \in R^m \otimes R^n$  既可以看作是  $m \times n$  的矩阵, 也可以看作是二阶张量  $\sum_{i,j} (p_i^T X q_j) p_i q_j^T$ . 设  $R^m \otimes R^n$  中的张量  $X$  在  $R^k \otimes R^l$  ( $k < m, l < n$ ) 中的映射为  $Y$ , 即寻找  $m \times k$  的转换矩阵  $P$  和  $n \times l$  的转换矩阵  $Q$ , 使得映射满足  $Y = P^T X Q$ , 从而实现张量的降维.

因为人脸空间可以看作是嵌入图像空间的非线性子流形  $M$ , 通过  $M$  上的散点可以估计它的全局和局部特征, 为此构造类内图  $G_W$  和类间图  $G_B$  并且对二者进行数学建模. 如果人脸子流形  $M \in R^m \otimes R^n$ ,  $X_i$  是  $M$  上的任意一个采样点, 设  $N(X_i) = \{X_1^i, \dots, X_t^i\}$  是和  $X_i$  相邻最近的  $t$  个点的集合,  $l(X_i)$  是  $X_i$  的类别标记,  $N_W(X_i)$  是  $N(X_i)$  中与  $X_i$  类别标记相同点的集合,  $N_B(X_i)$  是  $N(X_i)$  中与  $X_i$  类别标记不同点的集合, 可得

$$N_W(X_i) = \{X_s^i | l(X_s^i) = l(X_i), 1 \leq s \leq t\} \quad (1)$$

$$N_B(X_i) = \{X_s^i | l(X_s^i) \neq l(X_i), 1 \leq s \leq t\} \quad (2)$$

参照临界费舍尔分析 (Marginal Fisher Analysis, MFA)<sup>[10, 11]</sup> 中加权矩阵的定义方法, 定义  $G_W$  的加权矩阵  $S_W$  和  $G_B$  的加权矩阵  $S_B$ , 并在此基础上推导 TLDAP 的张量子空间的计算公式, 那么

$$S_{W, ij} = \begin{cases} 1, & \text{如果 } X_i \in N_W(X_j) \text{ 或者 } X_j \in N_W(X_i) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

$$S_{B, ij} = \begin{cases} 1, & \text{如果 } X_i \in N_B(X_j) \text{ 或者 } X_j \in N_B(X_i) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

其中  $S_{W, ij}$  和  $S_{B, ij}$  分别表示  $S_W$  和  $S_B$  的第  $i$  行第  $j$  列的元素.

如果  $X_i$  和  $X_j$  在张量子空间  $R^k \otimes R^l$  ( $k < m, l < n$ ) 上的映射分别为  $Y_i$  和  $Y_j$ , 为了保证  $X_i$  和  $X_j$  在相距很近且具有相同类别标记时,  $Y_i$  和  $Y_j$  相距也很近;  $X_i$  和  $X_j$  在相距很近但具有不同类别标记时,  $Y_i$  和  $Y_j$  相距很远. 根据 Laplacian 特征映射<sup>[12]</sup>, 得到张量空间的目标函数

$$\min_{i,j} \sum \| Y_i - Y_j \|^2 W_{W, ij} \quad (5)$$

$$\max_{i,j} \sum \| Y_i - Y_j \|^2 W_{B, ij} \quad (6)$$

令  $D_{W, ii} = \sum_j S_{W, ij}$ ,  $D_{B, ii} = \sum_j S_{B, ij}$ , 因为  $\| A \|^2 = \text{tr}(AA^T)$ ,  $Y = P^T X Q$ , 式(5)可得

$$\begin{aligned} & \sum_{i,j} \| Y_i - Y_j \|^2 S_{W, ij} \\ &= \sum_{i,j} \text{tr}((Y_i - Y_j)(Y_i - Y_j)^T) S_{W, ij} \\ &= 2\text{tr} \left( \sum_i D_{W, ii} Y_i Y_i^T - \sum_{i,j} S_{W, ij} Y_i Y_j^T \right) \\ &= 2\text{tr} \left( \sum_i D_{W, ii} Y_i Y_i^T \right) - 2\text{tr} \left( \sum_{i,j} S_{W, ij} Y_i Y_j^T \right) \\ &= 2\text{tr} \left( P^T \left( \sum_i D_{W, ii} X_i Q Q^T X_i^T \right) P \right) \\ &\quad - 2\text{tr} \left( P^T \left( \sum_{i,j} S_{W, ij} X_i Q Q^T X_j^T \right) P \right) \\ &= 2\text{tr}(P^T D_{WQ} P) - 2\text{tr}(P^T S_{WQ} P) \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $D_{WQ} = \sum_i D_{W, ii} X_i Q Q^T X_i^T$ ,  $S_{WQ} = \sum_{i,j} S_{W, ij} X_i Q Q^T X_j^T$ . 限定  $\text{tr} \left( \sum_i D_{W, ii} Y_i Y_i^T \right) = \text{tr}(P^T D_{WQ} P) = 1$ , 由式(5)知, 目标函数可转化为  $\text{tr} \left( \sum_{i,j} S_{W, ij} Y_i Y_j^T \right) = \text{tr}(P^T S_{WQ} P)$  最大.

$$\begin{aligned} & \sum_{i,j} \| Y_i - Y_j \|^2 S_{B, ij} \\ &= \sum_{i,j} \text{tr}((Y_i - Y_j)(Y_i - Y_j)^T) S_{B, ij} \\ &= 2\text{tr} \left( \sum_i D_{B, ii} Y_i Y_i^T - \sum_{i,j} S_{B, ij} Y_i Y_j^T \right) \\ &= 2\text{tr} \left( \sum_i D_{B, ii} P^T X_i Q Q^T X_i^T P - \sum_{i,j} S_{B, ij} P^T X_i Q Q^T X_j^T P \right) \\ &= 2\text{tr} \left( P^T \left( \sum_i D_{B, ii} X_i Q Q^T X_i^T - \sum_{i,j} S_{B, ij} X_i Q Q^T X_j^T \right) P \right) \\ &= 2\text{tr}(P^T (D_{BQ} - S_{BQ}) P) \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $D_{BQ} = \sum_i D_{B, i} X_i Q Q^T X_i^T$ ,  $S_{BQ} = \sum_{i,j} S_{B, ij} X_i Q Q^T X_j^T$ .

由式(5)和式(6)知, 优化问题可以转化为  $\text{tr}(P^T S_{WQ} P)$  和  $\text{tr}(P^T (D_{BQ} - S_{BQ}) P)$  同时最大, 限定  $\text{tr}(P^T D_{WQ} P) = 1$ , 得到

$$\max_{P, Q} \frac{\mu \cdot \text{tr}(P^T (D_{BQ} - S_{BQ}) P) + (1 - \mu) \cdot \text{tr}(P^T S_{WQ} P)}{\text{tr}(P^T D_{WQ} P)} \quad (9)$$

其中  $\mu$  是合适的调节参数, 且满足  $0 \leq \mu \leq 1$ .

又由  $\|A\|^2 = \text{tr}(A^T A)$ , 可得

$$\begin{aligned} & \sum_{i,j} \|Y_i - Y_j\|^2 S_{W, ij} \\ &= \sum_{i,j} \text{tr}((Y_i - Y_j)^T (Y_i - Y_j)) S_{W, ij} \\ &= 2\text{tr} \left( \sum_i D_{W, ii} Y_i^T Y_i - \sum_{i,j} S_{W, ij} Y_i^T Y_j \right) \\ &= 2\text{tr} \left( \sum_i D_{W, ii} Y_i^T Y_i \right) - 2\text{tr} \left( \sum_{i,j} S_{W, ij} Y_i^T Y_j \right) \\ &= 2\text{tr} \left( Q^T \left( \sum_i D_{W, ii} X_i^T P P^T X_i \right) Q \right) \\ &\quad - 2\text{tr} \left( Q^T \left( \sum_{i,j} S_{W, ij} X_i^T P P^T X_j \right) Q \right) \\ &= 2\text{tr}(Q^T D_{WQ} Q) - 2\text{tr}(Q^T S_{WQ} Q) \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $D_{WQ} = \sum_i D_{W, ii} X_i^T P P^T X_i$ ,  $S_{WQ} = \sum_{i,j} S_{W, ij} X_i^T P P^T X_j$ .

因为  $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$ , 所以

$$\begin{aligned} & \text{tr} \left( \sum_i D_{W, ii} Y_i^T Y_i \right) \\ &= \sum_i (D_{W, ii} \cdot \text{tr}(Y_i Y_i^T)) = \sum_i (D_{W, ii} \cdot \text{tr}(Y_i^T Y_i)) \\ &= \text{tr} \left( \sum_i (D_{W, ii} Y_i^T Y_i) \right) = \text{tr}(Q^T D_{WQ} Q) = 1 \end{aligned}$$

由式(5)知, 目标函数可以转化为

$$\text{tr} \left( \sum_{i,j} S_{W, ij} Y_i^T Y_j \right) = \text{tr}(Q^T S_{WQ} Q) \text{ 最大.}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i,j} \|Y_i - Y_j\|^2 S_{B, ij} \\ &= \sum_{i,j} \text{tr}((Y_i - Y_j)^T (Y_i - Y_j)) S_{B, ij} \\ &= 2\text{tr} \left( \sum_i D_{B, ii} Y_i^T Y_i - \sum_{i,j} S_{B, ij} Y_i^T Y_j \right) \\ &= 2\text{tr} \left( \sum_i D_{B, ii} Q^T X_i^T P P^T X_i Q - \sum_{i,j} S_{B, ij} Q^T X_i^T P P^T X_j Q \right) \\ &= 2\text{tr} \left( Q^T \left( \sum_i D_{B, ii} X_i^T P P^T X_i - \sum_{i,j} S_{B, ij} X_i^T P P^T X_j \right) Q \right) \\ &= 2\text{tr}(Q^T (D_{BP} - S_{BP}) Q) \end{aligned} \quad (11)$$

其中,  $D_{BP} = \sum_i D_{B, ii} X_i^T P P^T X_i$ ,  $S_{BP} = \sum_{i,j} S_{B, ij} X_i^T P P^T X_j$ .

由式(5)和式(6)可知, 优化问题可以转化为  $\text{tr}(Q^T S_{WQ} Q)$  和  $\text{tr}(Q^T (D_{BP} - S_{BP}) Q)$  同时最大, 限定  $\text{tr}(Q^T D_{WQ} Q) = 1$ , 得

$$\max_{P, Q} \frac{\mu \cdot \text{tr}(Q^T (D_{BP} - S_{BP}) Q) + (1 - \mu) \cdot \text{tr}(Q^T S_{WQ} Q)}{\text{tr}(Q^T D_{WQ} Q)}$$

$$= \max_{P, Q} \frac{\text{tr}(Q^T (\mu \cdot (D_{BP} - S_{BP}) + (1 - \mu) \cdot S_{WQ}) Q)}{\text{tr}(Q^T D_{WQ} Q)} \quad (12)$$

由式(9)和式(12)可知,  $P$  是  $(\mu \cdot (D_{BQ} - S_{BQ}) + (1 - \mu) \cdot S_{WQ} \cdot D_{WQ})$  的广义特征向量矩阵,  $Q$  是  $(\mu \cdot (D_{BP} - S_{BP}) + (1 - \mu) \cdot S_{WP} \cdot D_{WP})$  的广义特征向量矩阵, 直接计算  $P$  和  $Q$  比较困难, 根据文献[6]的迭代计算方法, 首先令  $P$  为单位矩阵, 由式(13)解出广义特征向量矩阵  $Q$ ,

$$(\mu \cdot (D_{BP} - S_{BP}) + (1 - \mu) \cdot S_{WP}) Q = \lambda_{WP} \cdot Q \quad (13)$$

解出  $Q$  后, 如式(14)解出广义特征向量矩阵  $P$  并使它得到更新,

$$(\mu \cdot (D_{BQ} - S_{BQ}) + (1 - \mu) \cdot S_{WQ}) P = \lambda_{WQ} \cdot P \quad (14)$$

然后按照设定的迭代次数计算得到最后的  $P$  和  $Q$ . 表 1 给出了 TLDP 算法的实现步骤.

表 1 TLDP 算法

输入: 样本数据  $X_1, \dots, X_n$ , 低维张量空间的维数  $k$  和  $l$

输出: 转换矩阵  $P$  和  $Q$

① 构造  $G_W$  的加权矩阵  $S_W$  和  $G_B$  的加权矩阵  $S_B$ ;

② 令  $P = I$ , 迭代次数为  $N$ ;

③ For  $i = 1, \dots, N$

将  $P$  代入  $D_{WP}, D_{BP}, S_{WP}, S_{BP}$ ;

计算  $(\mu \cdot (D_{BP} - S_{BP}) + (1 - \mu) \cdot S_{WP} \cdot D_{WP})$  的广义特征向量矩阵  $Q$ ;

将  $Q$  代入  $D_{WQ}, D_{BQ}, S_{WQ}, S_{BQ}$ ;

计算  $(\mu \cdot (D_{BQ} - S_{BQ}) + (1 - \mu) \cdot S_{WQ} \cdot D_{WQ})$  的广义特征向量矩阵  $P$ ;

End

④ 根据  $k, l$  的值, 输出  $P \leftarrow [p_1, p_2, \dots, p_k], Q \leftarrow [q_1, q_2, \dots, q_l]$ .

### 3 实验与分析

为了验证 TLDP 算法的有效性, 采用了 ORL、FERET 和 PIE 人脸数据库中的样本图像进行实验. 将 TLDP 和 LDA, LPP, 张量主成分分析 (Tensor Principle Component Analysis, TPCA), 张量线性判别分析 (Tensor Linear Discriminant Analysis, TLDA), 张量临界费舍尔分析 (Tensor Marginal Fisher Analysis, TMFA), 张量邻域保持嵌入 (Tensor Neighborhood Preserving Embedding, TNPE) 和 TSA 进行比较. 对于这些识别算法, 调整所有参数到最佳, 实验使用最近邻分类器完成最后的分类.

对于实验所用的人脸图像需要进行预处理, 根据眼睛的位置配准图像, 使得所有图像的左眼中心和右眼中心都重合, 然后将所有实验图像裁剪且缩放为  $32 \times 32$ . 降维的张量子空间为  $R^d \otimes R^d$ ,  $d = 1, 2, \dots, 32$ , TLDP 的参数  $\mu = 0.1$ . 实验首先通过训练样本图像计算得到人脸张量子空间, 然后将测试样本图像投影到张量子空

间, 最后用分类器进行分类.

### 3.1 ORL 人脸数据库的实验

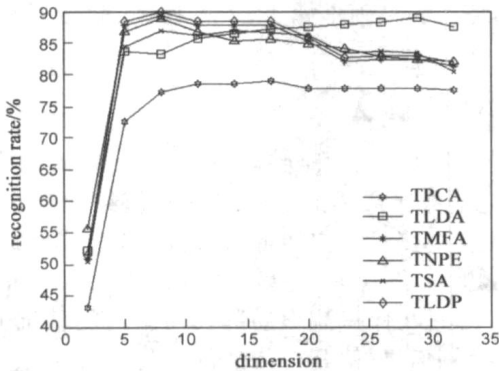
ORL 人脸数据库包括 40 类共 400 张人脸图像, 从每类人脸图像中随机选取  $i(i=3, 5)$  张图像作为训练集, 剩下的作为测试集, 重复进行 10 次, 共获得 10 对不同的训练集和测试集, 分别以 3Train 和 5Train 表示, 最后报道的识别率取 10 次实验的平均值. 图 2 是 ORL 人脸数据库的样本图像.



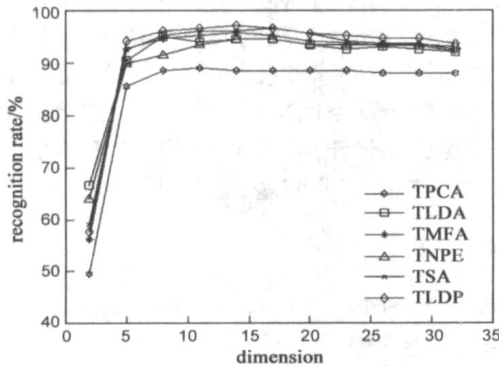
图2 ORL 数据库的人脸样本图像

表 2 ORL 人脸数据库上的最高识别率(%)

算法	3Train	5Train
LDA	84.3(39)	92(39)
LPP	86.2(39)	92.5(39)
TPCA	78.9(17×17)	89(10×10)
TLDA	88.9(29×29)	95(8×8)
TMFA	89.1(8×8)	95.7(12×12)
TNPE	88.8(7×7)	94.5(13×13)
TSA	87.2(13×13)	96.6(16×16)
TLDP	89.7(8×8)	97.1(12×12)



(a) ORL 人脸数据库的 3Train 的识别率



(b) ORL 人脸数据库的 5Train 的识别率

图3 ORL 人脸数据库的实验

表 2 给出了实验的平均最高识别率及其对应的子空间的维数, 图 3 是实验的识别率曲线. 从表 2 和图 3 可知, 对于所有的识别算法, 随着训练样本数量的增加, 识别率相应增加, 基于张量的算法在识别性能上优于对

应的基于向量的算法, 比如 TSA 和 LPP. 对于保持局部结构的张量算法 TNPE 和 TSA, 识别性能基本相当; 对于保持判别信息的算法 TMFA 和 TLDA, 识别效果差别很小. 兼顾保持局部结构和判别信息的 TLDP, 识别效果最好.

### 3.2 FERET 人脸数据库的实验

在 FERET 人脸数据库中选取部分样本, 包括 217 人共 1130 张人脸图像, 每类人脸图像最少 4 张. 从每类人脸图像中随机选取  $i(i=2, 3)$  张图像作为训练集, 剩下的作为测试集, 重复进行 4 次, 最后的实验结果取 4 次实验的平均值. 图 4 是 FERET 人脸数据库的样本图像.

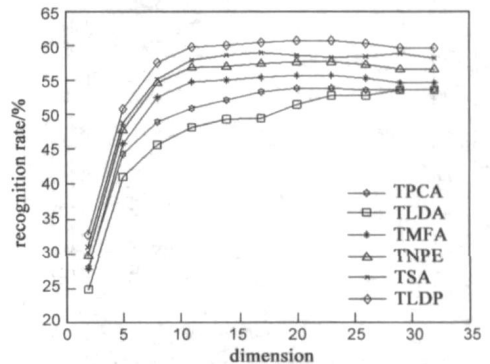
表 3 FERET 人脸数据库上的最高识别率(%)

算法	2Train	3Train
LDA	47.5(216)	48.8(216)
LPP	46.8(218)	49.5(276)
TPCA	53.8(23×23)	63.6(28×28)
TLDA	53.9(31×31)	65.6(32×32)
TMFA	57.9(18×18)	71.4(23×23)
TNPE	58.1(18×18)	69.6(23×23)
TSA	58.8(28×28)	71.1(21×21)
TLDP	60.9(18×18)	74.4(24×24)

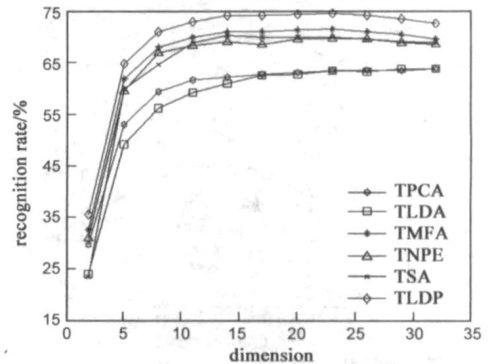


图4 FERET 数据库的人脸样本图像

表 3 和图 5 分别是 FERET 人脸数据库上的最高识别率和识别率曲线. 根据实验结果可知, TLDP 的识别效



(a) FERET 人脸数据库的 2Train 的识别率



(b) FERET 人脸数据库的 3Train 的识别率

图5 FERET 人脸数据库的实验

果优于其他的识别算法。TMFA, TNPE 和 TSA 识别性能相近, TLDA 比 TPCA 识别效果稍微好一些。

### 3.3 PIE 人脸数据库的实验

在 PIE 人脸数据库中选取实验样本, 从每类人脸图像中选取 120 张图像组成实验样本数据, 然后再在每类样本数据中随机选取  $i$  ( $i=5, 15$ ) 张图像作为训练集, 剩下的作为测试集, 重复进行 10 次, 最后的识别率取 10 次实验的平均值。图 6 是 PIE 人脸数据库的样本图像。

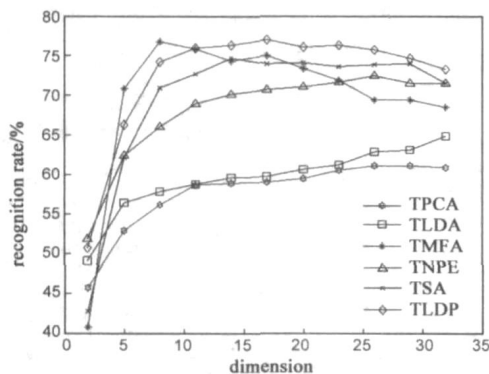


图6 PIE数据库的人脸样本图像

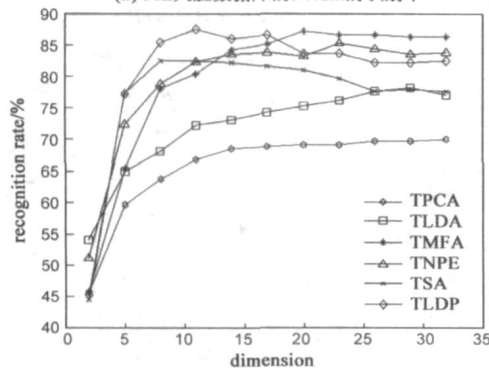
从表 4 的实验结果和图 7 的识别率曲线中可知, 5Train 时 TMFA 识别率最高, 15Train 时 TLDP 的识别率最高。

表 4 PIE 人脸数据库上的最高识别率 (%)

算法	5Train	15Train
LDA	58.9(67)	76.8(67)
LPP	64.3(67)	76.9(89)
TPCA	61.1(29×29)	70(32×32)
TLDA	64.9(32×32)	78.2(29×29)
TMFA	78(10×10)	87.8(31×31)
TNPE	72.5(26×26)	85.3(23×23)
TSA	74.7(14×14)	83(9×9)
TLDP	77.1(18×18)	88.1(10×10)



(a) PIE人脸数据库的5Train的识别率



(b) PIE人脸数据库的15Train的识别率

图7 PIE人脸数据库的实验

### 3.4 分析

张量局部判别投影 TLDP 沿袭了 TSA 用一个无向有权图来描述一个流形的方式, 然后通过图的嵌入在张量子空间中寻找它的低维表示。由实验可知, TLDP 继承了 TSA 的特性, 对于姿态、光照、表情等变化表现出极强的鲁棒性。

实验表明, 保持流形局部结构的张量算法在识别性能上优于保持数据的信息的张量算法, 例如 TSA 相对于 TLDA。而对于仅仅保持流形局部结构的算法 TNPE 和 TSA, 它们的区别是 TNPE 通过局部重建的线性系数保持流形的局部结构, TSA 通过建立邻接图对流形的局部结构进行建模, 因为 TNPE 需要对每个采样点的线性系数进行估计, 这使 TNPE 的计算开销大于 TSA。TLDP 在 TSA 的基础上, 对类内和类间样本进行了严格的区分, 既保持了流形的局部几何结构也保持了全局的判别结构, 这也是 TLDP 识别性能优异的原因。

TLDP 和 TMFA 相比, 它们有相似之处, 都保持了数据的判别信息, 但是在对局部结构建模方面, TLDP 只使用了一个临界参数, 而 TMFA 需要两个临界参数, 这使 TMFA 在参数选择方面难度大于 TLDP, 造成 TMFA 对流形局部结构的刻画不如 TLDP 准确, 实验结果也说明了这个问题。

### 4 总结与展望

本文提出了一种张量子空间的人脸识别算法 TLDP, 完整地保持了流形的局部几何结构和全局判别结构, 最优的张量子空间可以归结为迭代求解广义特征向量问题, 实验验证了算法的有效性。TLDP 可以看作 TSA 的发展, 在保持流形局部几何结构的基础上, TLDP 划分了类别信息, 使其对流形的描述更加细致, 识别效果上优于只注重单一目标的张量算法。

尽管张量算法优于相应的向量算法, 但是张量算法只是考虑图像中同一行或同一列的像素间的关系, 而没有考虑图像的全部空间关系。TLDP 算法是线性的, 对于高度非线性的图像流形, 有可能不能发现流形的内在几何结构。如何解决这些问题, 需要进一步研究。

#### 参考文献:

- [1] M Turk, A Pentland. Eigenfaces for recognition[J]. Cognitive Neuroscience, 1991, 3(1): 71-86.
- [2] P N Belhumeur, J P Hespanha, D J Kriegman. Eigenfaces vs. fisherfaces: recognition using class specific linear projection[J]. IEEE Transactions, 1997, PAMI 19(7): 711-720.
- [3] X He, S Yan, et al. Face recognition using Laplacianfaces[J]. IEEE Transactions, 2005, PAMI 27(3): 328-340.
- [4] M A O Vasilescu, D Terzopoulos. Multilinear analysis of imr

- ages ensembles: tensorfaces[ A ] . In Proceedings of European Conference on Computer Vision[ C ] . Berlin: Springer Verlag, 2002. 447- 460.
- [ 5 ] J Yang, D Zhang, A Frangi, J Yang. Two-dimensional PCA: a new approach to appearance based face representation and recognition[ J ] . IEEE transactions, 2004, PAMI 26( 1 ) : 131- 137.
- [ 6 ] J Ye, R Janardan, Q Li. Two dimensional linear discriminant analysis[ OL ] . <http://books.nips.cc/nips17.html>, 2007 10 20.
- [ 7 ] X He, D Cai, P Niyogi. Tensor subspace analysis[ OL ] . <http://books.nips.cc/nips18.html>, 2007 10 20.
- [ 8 ] 王蕴红, 范伟, 谭铁牛. 融合全局与局部特征的子空间人脸识别算法[ J ] . 计算机学报, 2005, 28( 10 ) : 1657- 1663. Wang Yur hong, Fan Wei, Tan Tie niu. Face recognition based on information fusion[ J ] . Chinese Journal of Computers, 2005, 28( 10 ) : 1657- 1663. ( in Chinese)
- [ 9 ] X He. Locality Preserving Projections[ D ] . Chicago, Illinois: University of Chicago of USA, 2005, 12.
- [ 10 ] S Yan, D Xu, et al. Graph embedding and extensions: a general framework for dimensionality reduction[ J ] . IEEE Transactions, 2007, PAMI 29( 1 ) : 46- 51.
- [ 11 ] D Xu, S Yan, D Tao, et al. Marginal fisher analysis and its variants for human gait recognition and content based image retrieval[ J ] . IEEE Transactions, 2007, IP-16( 11 ) : 2811 - 2821.
- [ 12 ] M Belkin, P Niyogi. Laplacian eigenmaps and spectral techniques for embedding and clustering [ OL ] . <http://books.nips.cc/nips18.html>, 2007 10 20.

## 作者简介:



李勇周 男. 1971 年 8 月生于湖南新化. 1994 年毕业于湘潭大学物理系, 其后在华中信息测评中心从事研发工作, 2005 年在湘潭大学获得工学硕士学位, 现为中南大学信息院博士研究生, 从事模式识别与人工智能、信号处理及控制方面的研究.

E mail: lyz872004@163.com



罗大庸 男. 教授, 博士生导师. 1944 年 8 月生于湖南张家界. 1962 年毕业于中南矿冶学院控制系, 其后在中南大学任教. 主要从事控制理论与控制工程、信息融合、图像处理等方面研究.

刘少强 男. 副教授, 硕士生导师. 1964 年 5 月生于湖南南县. 2002 年于东南大学获得工学博士学位. 主要从事无线传感器网络和信号处理的研究.